

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOE)

Curso **2009-2010**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} m-1 & 1 & m & 1 \\ 1 & m-1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 2 & m-1 \end{pmatrix}$$

se pide:

- a) (2 puntos) Estudiar el rango de A según los valores del parámetro m .
- b) (1 punto) En el caso $m = 0$, resolver el sistema

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas:

$$r_1 \equiv \begin{cases} y = 1, \\ z = 3, \end{cases} \quad r_2 \equiv \begin{cases} x = 0, \\ y - z = 0, \end{cases}$$

se pide:

- a) (2 puntos) Hallar la ecuación de la recta t que corta a r_1 y r_2 y es perpendicular a ambas.
- b) (1 punto) Hallar la mínima distancia entre r_1 y r_2 .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular los límites:

$$\text{a) (1 punto) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arctan x)^{a/x}, \quad \text{b) (1 punto) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2e^x}{7x + 5e^x}.$$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular:

$$\text{a) (1 punto) } \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx,$$

$$\text{b) (1 punto) } \int_0^\pi x \cos x dx.$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el plano

$$\pi_1 \equiv 2x - 3y + z = a$$

y el plano π_2 determinado por el punto $P(0, 2, 4)$ y los vectores $v_1 = (0, 2, 6)$ y $v_2 = (1, 0, b)$, se pide:

- (1 punto) Calcular los valores de a y b para que π_1 y π_2 sean paralelos.
- (1 punto) Para $a = 1$ y $b = 0$ determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de π_1 y π_2 .
- (1 punto) Para $a = 4$ y $b = -2$ determinar los puntos que están a igual distancia de π_1 y π_2 .

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Los puntos $P(1, 2, 1)$, $Q(2, 1, 1)$ y $A(a, 0, 0)$ con $a > 3$, determinan un plano π que corta a los semiejes positivos de OY y OZ en los puntos B y C respectivamente. Calcular el valor de a para que el tetraedro determinado por los puntos A, B, C y el origen de coordenadas tenga volumen mínimo.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0, \\ 2x - y + z = 3, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Estudiar la compatibilidad del sistema.
- (0,5 puntos) Añadir una ecuación para que el sistema sea compatible determinado. Razonar la respuesta.
- (0,5 puntos) Añadir una ecuación para que el sistema sea incompatible. Razonar la respuesta.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -a & 0 & a \\ a & a-1 & 0 \\ 0 & a & a+2 \end{pmatrix}$$

se pide:

- (1 punto) Estudiar el rango de A según los valores del parámetro a .
- (1 punto) ¿Para qué valores de a existe la matriz inversa A^{-1} ? Calcular A^{-1} para $a = 1$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 1,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2. a) Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 3. a) Resolución, 1 punto.
b) Resolución, 1 punto.

Ejercicio 4. a) Resolución, 1 punto.
b) Resolución, 1 punto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2. Por determinar el plano π determinado por A , P y Q : 1 punto, repartido en: Planteamiento, 0,5 puntos; Resolución, 0,5 puntos. Por determinar cada uno de los puntos B y C : 0,25 puntos. Por determinar el valor de a : 1,5 puntos, repartidos en: Planteamiento, 0,5 puntos; Resolución, 1 punto.

Ejercicio 3. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
c) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

Ejercicio 4. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
b) Por determinar los valores de a : 0,25 puntos. Por calcular la inversa: 0,75 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,5 puntos.