

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOE)

Curso **2009-2010**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$$

se pide:

- (0'75 puntos) Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.
- (0'75 puntos) Hallar los puntos de inflexión de la gráfica de $f(x)$.
- (0'75 puntos) Hallar las asíntotas y dibujar la gráfica de $f(x)$.
- (0,75 puntos) Hallar el área del recinto acotado que limitan la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $y = x + 2$, $x = 1$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{-1}, \quad s \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{4},$$

se pide:

- (2 puntos) Determinar la ecuación de la recta perpendicular común a r y s .
- (1 punto) Calcular la mínima distancia entre las rectas r y s .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el sistema homogéneo de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + ky - z = 0, \\ 2x - y + 2z = 0, \\ x - 4y + kz = 0, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Determinar para qué valores del parámetro k el sistema tiene soluciones distintas de $x = y = z = 0$.
- (1 punto) Resolverlo para el caso $k = 3$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1 punto) Hallar dos constantes a, b , tales que $A^2 = aA + bI$.
- (1 punto) Sin calcular explícitamente A^3 y A^4 , y utilizando sólo la expresión anterior, obtener la matriz A^5 .

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} \ln x}{2^x}, & \text{si } x > 0, \\ x + k, & \text{si } x \leq 0, \end{cases}$$

donde $\ln x$ significa logaritmo neperiano de x , se pide:

- (1 punto) Determinar el valor de k para que la función sea continua en \mathbb{R} .
- (1 punto) Hallar los puntos de corte con los ejes de coordenadas.
- (1 punto) Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + ay - z = a, \\ ax + 2z = -2, \\ x + z = -2, \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro a .
- (1 punto) Resolverlo en el caso $a = 0$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las rectas:

$$r \equiv x = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}, \quad s \equiv \begin{cases} x+z=3, \\ 2x-y=2, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación del plano π determinado por r y s .
- (1 punto) Hallar la distancia desde el punto $A(0, 1, -1)$ a la recta s .

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Sea π el plano que contiene a los puntos $P = (1, 0, 0)$, $Q = (0, 2, 0)$ y $R = (0, 0, 3)$. Se pide:

- (1 punto) Hallar el volumen del tetraedro determinado por el origen de coordenadas y los puntos P , Q y R .
- (1 punto) Calcular las coordenadas del punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano π .

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1. a) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

c) Encontrar la asíntota horizontal: 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos. Dibujar la gráfica: 0,25 puntos.

d) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2. a) Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 3. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos; Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 4. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2. a) Por determinar los valores $a = 0$, $a = 2$; 0,5 puntos. Discusión de cada caso: 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 3. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 4. a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.