UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (**LOGSE**)

Curso **2007-2008**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x - ay &= 2 \\ ax - y &= a+1 \end{cases}$$

se pide:
a) (2 puntos). Discutir el sistema según los valores del parámetro a. Resolverlo cuando la solución sea única.
b) (1 punto). Determinar para qué valor o valores de a el sistema tiene una solución en la que $y = 2$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.
Dadas las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x - ay = 2 \\ ay + z = 1 \end{cases}, \qquad s \equiv \begin{cases} x - z = 1 \\ y + z = 3 \end{cases},$$

se pide:
a) (1,5 puntos). Discutir la posición relativa de las dos rectas r, s según los valores del parámetro a.
b) (1,5 puntos). Si $a = 1$, calcular la distancia mínima entre las dos rectas r, s.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.
Estudiar los siguientes límites:

a) (1 punto). $\lim\limits_{x\to+\infty} (e^x - x^2)$

b) (1 punto). $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{4^x + 5^x}{3^x + 6^x}$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Obtener los máximos y mínimos relativos, y los puntos de inflexión de la función:

$$f(x) = x\big(\ln(x)\big)^2$$

siendo $\ln(x)$ el logaritmo neperiano de x.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.
Dada la siguiente matriz de orden n:

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ -1 & 9 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 9 & \dots & 1 & 1 \\ . & . & . & \dots & . & . \\ -1 & -1 & -1 & \dots & -1 & 9 \end{pmatrix},$$

se pide:
a) (0,5 puntos). Calcular el determinante de la matriz A_2.
b) (0,5 puntos). Calcular el determinante de la matriz A_3.
c) (2 puntos). Calcular el determinante de la matriz A_5.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.
a) (1,5 puntos). Para cada valor de $c > 0$, calcular el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de la función:

$$f(x) = cx^4 + \frac{1}{c}x^2 + 1,$$

el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = 1$.
b) (1,5 puntos). Hallar el valor de c para el cual el área obtenida en el apartado a) es mínima.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.
Dados los puntos $A(0,0,1)$, $B(1,0,-1)$, $C(0,1,-2)$ y $D(1,2,0)$, se pide:
a) (0,5 puntos). Demostrar que los cuatro puntos no son coplanarios.
b) (1 punto). Hallar la ecuación del plano π determinado por los puntos A, B y C.
c) (0,5 puntos). Hallar la distancia del punto D al plano π.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.
Dados el plano $\pi \equiv 3x + 2y - z + 10 = 0$ y el punto $P(1,2,3)$, se pide:
a) (0,5 puntos) Hallar la ecuación de la recta r perpendicular al plano π que pasa por el punto P.
b) (0,5 puntos) Hallar el punto Q intersección de π y r.
c) (0,5 puntos) Hallar el punto R intersección de π con el eje OY.
d) (0,5 puntos) Hallar el área del triángulo PQR.