

	<p align="center"><b>UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID</b>  <b>PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)</b>  Curso <b>2005-2006</b>  <b>MATERIA: MATEMÁTICAS II</b></p>	<p align="center"><b><u>Septiembre</u></b></p>
--	--	--

### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen presenta dos opciones, A y B.

El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

**PUNTUACIÓN:** La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

#### OPCIÓN A

1. (2 puntos). Calcular  $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 2x}$

2. (2 puntos). a) (1 punto). Calcular los valores de  $a$  y  $b$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2a \cos x & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$$

sea continua para todo valor de  $x$ .

b) (1 punto). Estudiar la derivabilidad de  $f(x)$  para los valores de  $a$  y  $b$  obtenidos en el apartado anterior.

3. (3 puntos). Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) (1 punto). Comprobar que  $\det(A^2) = (\det(A))^2$  y que  $\det(A + I) = \det(A) + \det(I)$ .

b) (0,5 puntos). Sea  $M$  una matriz cuadrada de orden 2. ¿Se puede asegurar que se cumple que  $\det(M^2) = (\det(M))^2$ ? Razonar la respuesta.

c) (1,5 puntos). Encontrar todas las matrices cuadradas  $M$ , de orden 2, tales que:  
 $\det(M + I) = \det(M) + \det(I)$ .

4. (3 puntos). Se consideran los puntos  $A(0,1,0)$  y  $B(1,0,1)$ . Se pide:

a) (1 punto). Escribir la ecuación que deben verificar los puntos  $X(x,y,z)$  que equidistan de  $A$  y  $B$ .

b) (0,5 puntos). Determinar la ecuación que verifican los puntos  $X(x,y,z)$  cuya distancia a  $A$  es igual a la distancia de  $A$  a  $B$ .

c) (1,5 puntos). Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta formada por los puntos  $C(x,y,z)$  del plano  $x + y + z = 3$  tales que el triángulo  $ABC$  es rectángulo con el ángulo recto en el vértice  $A$ .

## OPCIÓN B

1. (2 puntos). a) (1 punto). Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y - 3z = 0 \\ 2x + 3y - z = 5 \end{cases}$$

b) (1 punto). Hallar la solución del sistema anterior tal que la suma de los valores correspondientes a cada una de las tres incógnitas sea igual a 4.

2. (2 puntos). a) (1 punto). Hallar todas las matrices  $A = \begin{pmatrix} a & a \\ 0 & b \end{pmatrix}$  distintas de la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  tales

que  $A^2 = A$ .

b) (1 punto). Para una cualquiera de las matrices  $A$  obtenidas en el apartado a), calcular

$$M = A + A^2 + \dots + A^{10}$$

3. (3 puntos). Dada la función  $f(x) = xe^{2x}$ , se pide:

a) (1,5 puntos). Dibujar su gráfica indicando su dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión.

b) (1,5 puntos). Calcular el área comprendida entre el eje OX y la gráfica de  $f(x)$  entre  $-1 \leq x \leq 1$ .

4. (3 puntos). Un plano  $\pi$  corta a los ejes de coordenadas en los puntos  $A(1,0,0)$ ,  $B(0,\lambda,0)$ ,  $C(0,0,4)$ .

Se pide:

a) (1,5 puntos). Hallar el valor de  $\lambda > 0$  de manera que el volumen del tetraedro OABC (donde O es el origen), sea 2.

b) (1,5 puntos). Para el valor de  $\lambda$  obtenido en el apartado a), calcular la longitud de la altura del tetraedro OABC correspondiente al vértice O.

## MATEMÁTICAS II

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

#### OPCIÓN A

1. Descomposición en fracciones simples: 1 punto.  
Resolución de la integral: 1 punto.
2. Apartado a): 1 punto.  
Apartado b): 1 punto.
3. Apartado a): 1 punto.  
Apartado b): 0,5 puntos.  
Apartado c): 1,5 puntos.
4. Apartado a): Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.  
Apartado b): 0,5 puntos.  
Apartado c): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.

#### OPCIÓN B

1. Apartado a): 1 punto.  
Apartado b): 1 punto.
2. Apartado a): Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.  
Apartado b): 1 punto.
3. Apartado a): Estudio de la función, 1 punto. Dibujo de la gráfica, 0,5 puntos.  
Apartado b): 1,5 puntos.
4. Apartado a): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.  
Apartado b): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.