

	<b>UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID</b> <b>PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)</b> <b>Curso 2004-2005</b> <b>MATERIA: MATEMÁTICAS II</b>	Junio <b>Septiembre</b> R1 R2
--	--	-------------------------------------

### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen presenta dos opciones, A y B.

El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

**PUNTUACIÓN:** La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

#### OPCIÓN A

1. (2 puntos). Discutir según los valores del parámetro real  $\lambda$  la posición relativa de los planos:

$$\pi_1: x + z = \lambda$$

$$\pi_2: 4x + (\lambda - 2)y + (\lambda + 2)z = \lambda + 2$$

$$\pi_3: 2(\lambda + 1)x - (\lambda + 6)z = -\lambda$$

2. (2 puntos). Se consideran las rectas:

$$r: \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \quad s: \begin{cases} x - z = 4 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

a) (1 punto). Hallar la recta  $t$ , perpendicular a  $r$  y a  $s$ , que pasa por el origen.

b) (1 punto). Hallar las coordenadas del punto de intersección de la recta  $s$  con la recta  $t$  obtenida en el apartado a).

3. (3 puntos). Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) (1 punto). Hallar dos constantes  $\alpha$  y  $\beta$  tales que  $A^2 = \alpha A + \beta I$ .

b) (1 punto). Calcular  $A^5$  utilizando la expresión obtenida en el apartado anterior.

c) (1 punto). Hallar todas las matrices  $X$  que satisfacen:  $(A - X)(A + X) = A^2 - X^2$ .

4. (3 puntos). Dada la función  $f(x) = \frac{1}{x}$  se pide:

a) (1 punto). Hallar la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto  $(a, f(a))$  para  $a > 0$ .

b) (1 punto). Hallar los puntos de corte de la recta tangente hallada en el apartado a) con los dos ejes coordenados.

c) (1 punto). Hallar el valor de  $a > 0$  que hace que la distancia entre los dos puntos hallados en b) sea mínima.

OPCIÓN B

1. (2 puntos). Dada la función  $f(x) = \ln \frac{x^2}{x-1}$  donde  $\ln$  significa *logaritmo neperiano*, definida para  $x > 1$ , hallar un punto  $(a, f(a))$  tal que la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en ese punto sea paralela al eje OX.

2. (2 puntos). Se considera la función:

$$f(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$$

- a) (1 punto). Calcular los extremos locales y/o globales de la función  $f(x)$ .  
 b) (1 punto). Determinar el valor del parámetro  $a$  tal que:

$$\int_0^a f(x) dx = 1/4$$

3. (3 puntos). Se considera la familia de planos:

$$mx + (m-2)y + 3(m+1)z + (m+1) = 0$$

siendo  $m$  un parámetro real.

Se pide:

- a) (1 punto). Determinar la recta común a todos los planos de la familia.  
 b) (1 punto). Determinar el plano de esta familia que pasa por el punto  $P(1,1,0)$ .  
 c) (1 punto). Determinar el plano de esta familia que es paralelo a la recta:

$$r : \begin{cases} x - 2z + 1 = 0 \\ -y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

4. (3 puntos). Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & k & t \\ 0 & 0 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & k & t \\ 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto). Hallar  $A^{10}$ .  
 b) (1 punto). Hallar la matriz inversa de  $B$ .  
 c) (1 punto). En el caso particular  $k = 0$ , hallar  $B^{10}$ .

## MATEMÁTICAS II

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

#### OPCIÓN A

1. Cálculo de los rangos de las matrices del sistema: 1 punto.  
Interpretación correcta: 1 punto.
  
2. Apartado a): 1 punto.  
Apartado b): 1 punto.
  
3. Apartado a): 1 punto.  
Apartado b): 0,5 puntos por el planteamiento.  
0,5 puntos por la resolución.  
Apartado c): 1 punto.
  
4. Apartado a): 1 punto.  
Apartado b): 0,5 puntos por el planteamiento.  
0,5 puntos por cada uno de los puntos de corte.  
Apartado c): 0,5 puntos por el planteamiento.  
0,25 puntos por calcular  $a$ .  
0,25 puntos por justificar que es un mínimo.

#### OPCIÓN B

1. Planteamiento: 1 punto.  
Resolución: 1 punto.
  
2. Apartado a): 1 punto.  
Apartado b): 1 punto.
  
3. Apartado a): 1 punto.  
Apartado b): 1 punto.  
Apartado c): 1 punto.
  
4. Apartado a): 1 punto.  
Apartado b): 1 punto.  
Apartado c): 1 punto.