	UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA LOS MAYORES DE 25 AÑOS AÑO **2019** **MATERIA**: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	Modelo

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES : El alumno deberá elegir **una** de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente **a los cuatro ejercicios** de que consta la opción elegida. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
PUNTUACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.
TIEMPO: 1 Hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (3 puntos)

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & m \\ 4 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & m \end{pmatrix}$ y el vector $b=\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a) Calcúlense los valores de m para los que la matriz A no es invertible.
b) Para $m=2$, obténgase la inversa de la matriz A.
c) Para $m=2$, resuélvase la ecuación matricial $Ax=b$.

Ejercicio 2. (2,5 puntos)

Sea $P(x)=x^3-x^2-4x+4$.

a) Sabiendo que una solución de la ecuación $x^3-x^2-4x+4=0$ es $x=1$, obténganse las restantes soluciones de la ecuación, y factorícese el polinomio $P(x)$.
b) Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $P(x)$ en el punto de abscisa $x=3$.

Ejercicio 3. (2 puntos)

En una determinada población, el 15% de sus trabajadores trabaja en el sector primario, el 45% en el sector secundario y el resto en el sector servicios. Un 70% de los que trabajan en el sector primario son mayores de 50 años, porcentaje que se reduce al 35% en el sector secundario y al 15% de mayores de 50 años en el sector servicios.

a) Si se selecciona un trabajador al azar, calcúlese la probabilidad de que tenga más de 50 años.
b) Si el trabajador seleccionado tiene más de 50 años, determínese la probabilidad de que trabaje en el sector primario.

Ejercicio 4. (2,5 puntos)

Una muestra aleatoria simple de 10 teléfonos móviles de un determinado modelo proporciona los siguientes valores de duración de la batería (en horas):

10 18 24 20 12 8 14 17 15 22

a) Calcúlese la media y la mediana de la muestra.
b) La duración de la batería de este modelo de teléfono móvil se puede aproximar por una distribución normal de media μ horas y desviación típica $\sigma=5$ horas. Para la muestra de tamaño 10 anterior, determínese un intervalo de confianza al 95% para la media de la duración de la batería.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (2,5 puntos)
Dado el sistema de ecuaciones,

$$\begin{cases} x+y+mz=1 \\ 2x-y+2z=1 \\ -x+3y-z=-3 \end{cases}$$

a) Estúdiese la compatibilidad del sistema en función de los valores de m.
b) Resuélvase el sistema para $m=2$.

Ejercicio 2. (3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por $f(x)=\begin{cases} 2x^2-2a & si\ x\le 2 \\ x-\dfrac{a}{2} & si\ x>2 \end{cases}$

a) Determínese el valor de a para que f sea continua en $x=2$.
b) Para $a=4$, calcúlese el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de f, el eje OX y las rectas $x=-2$ y $x=2$.
c) Un capital produce intereses durante 5 años al 10% de interés compuesto. El capital al cabo de estos doce años es de 161051 euros. ¿Cuál era el capital inicial?

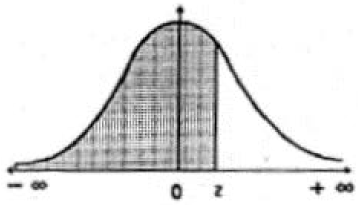
Ejercicio 3. (2 puntos)
La distribución de pedidos de cierto artículo recibidos por una empresa en un mes fue la siguiente:

Pedidos	(0,10]	(10,20]	(20,30]	(30,40]	(40,50]	(50,60]
Nº de días	8	6	3	5	4	4

a) Hállese el número medio de pedidos y el intervalo modal.
b) Calcúlese la mediana e interprétese el resultado obtenido.

Ejercicio 4. (2,5 puntos)
Sea una urna con 10 bolas rojas, 15 bolas verdes y 5 bolas blancas.
a) Se extraen dos bolas al azar de manera consecutiva y sin reemplazamiento. Calcúlese la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean blancas.
b) En la misma situación del apartado anterior, determínese la probabilidad de que la segunda bola sea blanca sabiendo que la primera bola extraída fue blanca.
c) Se extrae una bola al azar y se retira de la urna. Obténgase la probabilidad de que al extraer una segunda bola de la urna ésta sea blanca.

FUNCION DE DISTRIBUCION NORMAL N(0;1)



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z, con distribución N(0;1), esté por debajo del valor z.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCION A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima 3 puntos)

a) Cálculo correcto del determinante, 0,5 puntos. Obtención correcta del valor de *m*, 0,5 puntos.
b) Procedimiento correcto: 0,5 puntos. Cálculo correcto de la inversa, 0,5 puntos.
c) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Obtención correcta de X, 0,5 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima 2,5 puntos)

a) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Obtención correcta de las raíces, 0,5 puntos. Factorización correcta: 0,5 puntos.
b) Obtención del punto de tangencia, 0,25 puntos. Cálculo correcto de la derivada, 0,25 puntos. Cálculo de la pendiente 0,25 p. Expresión correcta de la ecuación de la recta 0,25 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 2 puntos)

a) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Cálculo correcto: 0,5 puntos.
b) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Cálculo correcto: 0,5 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima 2,5 puntos)

a) Cálculo de la media, 0,5 puntos. Obtención de la mediana, 0,5 puntos.
b) Expresión de la fórmula del intervalo de confianza: 0,5 puntos. Determinación de $Z_{\alpha/2}$, 0,5 puntos. Cálculo del intervalo, 0,5 puntos.

OPCION B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima 2,5 puntos)

a) Cálculo correcto del determinante, 0,5 puntos. Obtención de *m*, 0,25 puntos.
Discusión correcta del sistema, 0,75 puntos.
b) Resolución correcta, 1 punto.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima 3 puntos)

a) Condiciones de continuidad, 0,5 puntos. Cálculo correcto de *a*, 0,5 puntos.
b) Planteamiento correcto de la integral, 0,25 puntos. Obtención de la primitiva, 0,25 puntos. Cálculo correcto del área, 0,5 puntos.
c) Planteamiento correcto, 0,5 puntos. Solución correcta, 0,5 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 2 puntos)

a) Media. 0,5 puntos. Intervalo modal, 0,25 puntos.
b) Intervalo mediano, 0,25 puntos. Planteamiento correcto cálculo mediana, 0,25 puntos. Resultado correcto 0,5 puntos. Interpretación adecuada, 0,25 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima 2,5 puntos)

a) Planteamiento correcto, 0,5 puntos. Resultado correcto, 0,25 puntos.
b) Planteamiento correcto, 0,5 puntos. Resultado correcto, 0,25 puntos.
c) Planteamiento correcto 0,5 puntos. Cálculo correcto 0,5 puntos.

SOLUCIONES

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCIÓN A

Ejercicio 1: a)

$$A=\begin{pmatrix}2&3&m\\4&6&2\\1&0&m\end{pmatrix};\ |A|=12m+6-6m-12m=6-6m.\qquad |A|=0\Leftrightarrow m=1.$$

Para $m=1$ la matriz A no es invertible.

b)

$$A=\begin{pmatrix}2&3&2\\4&6&2\\1&0&2\end{pmatrix};\ |A|=-6.\ A^{-1}=-\frac{1}{6}\begin{pmatrix}12&-6&-6\\-6&2&4\\-6&3&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1&1\\1&-1/3&-2/3\\1&-1/2&0\end{pmatrix}$$

c) $$Ax=b\Rightarrow x=A^{-1}b=\begin{pmatrix}-2&1&1\\1&-1/3&-2/3\\1&-1/2&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\6\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\-4\\-3\end{pmatrix}$$

Ejercicio 2:

a) Por Ruffini:

	1	-1	-4	4
1		1	0	-4
	1	0	-4	0

$P(x)=(x-1)(x^2-4)=(x-1)(x+4)(x-4)$

(suma por diferencia, o continuar por Ruffini, o resolver la ecuación de segundo grado… todo formas correctas, pero deben indicarse).

Las soluciones de la ecuación son $x=1,\ x=-4,\ x=4.$

b) $P(3)=27-9-12+4=10.\quad P'(x)=3x^2-2x-4$, $P'(3)=27-6-4=17$

La recta tangente pasa por el punto (3,10) y tiene como pendiente $m=17$.

$(y-10)=17(x-3)\Rightarrow y=17x-41.$

Ejercicio 3: Definimos el suceso A = “trabajador mayor de 50 años”. Sabemos que:

$P(\text{Pr})=0'15$; $P(A/\text{Pr})=0'7$

$P(Sc)=0'45$; $P(A/Sc)=0'35$

$P(Sv)=0'4$; $P(A/Sv)=0'15$

a) Por el teorema de la probabilidad total,

$$P(A)=P(A/\text{Pr})P(\text{Pr})+P(A/Sc)P(Sc)P(A/Sv)P(Sv)=0'32.$$

b) Por el teorema de Bayes,

$$P(\text{Pr}/A)=\frac{P(A/\text{Pr})P(\text{Pr})}{P(A)}=\frac{0'7\cdot 0'15}{0'32}=0'33.$$

Ejercicio 4:

a) $\overline{X} = \frac{160}{10} = 16$. Para obtener la mediana ordenamos las observaciones:

8 10 12 14 15 17 18 20 22 24. Como tenemos un número par, calculamos la media de las dos observaciones intermedias: $\frac{15+17}{2} = 16$.

b) $Z_{\alpha/2} = 1{,}96$, n=10, el intervalo es:

$$\left(\overline{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \overline{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(16 - 1'96\frac{5}{\sqrt{10}}; 16 + 1'96\frac{5}{\sqrt{10}}\right) = (16 - 3'1; 16 + 3{,}1) = (12'9; 19{,}1)$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1:

a) $(A) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$; $\quad (\overline{A}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$

$|A| = 5m - 5; \quad |A| = 0 \Leftrightarrow m = 1$**;**

- Si $m \neq 1$, rg(A)=rg($\overline{A}$)=3, S.C.D.
- Si $m = 1$, rg(A)=2, rg($\overline{A}$)=3, S. Incompatible.

b) $$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + 2z = 1 \\ -x + 3y - z = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} 4y + z = -2 \\ 5y = -5 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} y = -1 \\ z = 2 \\ x = -2 \end{matrix}$$

Ejercicio 2:

a) $f(2) = \lim_{x\to 2^-} f(x) = 8 - 2a$; $\quad \lim_{x\to 2+} f(x) = 2 - \frac{a}{2}$. Para que f sea continua en $x = 2$,

$8 - 2a = 2 - \frac{a}{2} \Leftrightarrow 3a = 12 \Leftrightarrow a = 4.$

b) $$\int_{-2}^{2}(2x^2 - 8)dx = \left|\left[\frac{2x^3}{3} - 8x\right]_{-2}^{2}\right| = \left|\left(\frac{16}{3} - 16\right) - \left(\frac{-16}{3} + 16\right)\right| = \left|\frac{32}{3} - 32\right| = \frac{64}{3}u^2 = 21'3u^2$$

c) $M = C(1+i)^n$

$M = 161051; \quad i = 0'1; \quad n = 5$

$1'1^5 \cdot C = 161051 \Leftrightarrow C = 100000$ euros.

Ejercicio 3:

Li-Ls	x_i	f_i	F_i	$x_i f_i$
(0-10]	5	8	8	40
(10-20]	15	6	14	90
(20-30]	25	3	17	75
(30-40]	35	5	22	175
(40-50]	45	4	26	180
(50-60]	55	4	30	220
		N=30		=780

a) El número medio de pedidos $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{6} x_i f_i}{N} = \frac{780}{30} = 26$ pedidos. El intervalo modal es (0,10].

b) La mitad de los datos $\frac{N}{2} = \frac{30}{2} = 15$. La primera frecuencia acumulada mayor que 15 corresponde a la clase (20-30]. Esta es la clase mediana, y la mediana es:

$$M = L_i + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} t_i = 20 + \frac{15-14}{3} 10 = 23,3 \text{ pedidos.}$$

Interpretación: la mitad de los días la empresa tuvo menos de 23,3 pedidos y la mitad de los días más de 23,3.

Ejercicio 4:

Sea *B1* el suceso "sacar una bola blanca en la primera extracción" y
B2 el suceso "sacar una bola blanca en la segunda extracción".

a) $P(B1 \cap B2) = P(B1).P(B2/B1) = \frac{5}{30} \cdot \frac{4}{29} = 0'022.$

b) $P(B2/B1) = \frac{P(B1 \cap B2)}{P(B1)} = \frac{\cancel{5/30} \cdot 4/29}{\cancel{5/30}} = \frac{4}{29} = 0'138.$

c) Utilizamos el teorema de la probabilidad total:

$$P(B2) = P(B2/R1)P(R1) + P(B2/V1)P(V1) + P(B2/B1)P(B1) =$$
$$= \frac{5}{29} \cdot \frac{10}{30} + \frac{5}{29} \cdot \frac{15}{30} + \frac{4}{29} \cdot \frac{5}{30} = \frac{50+75+20}{29 \cdot 30} = 0'16.$$