

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Instrucciones: El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones que se le ofrecen (A o B) y sólo a una. Debe dar respuestas concisas y justificar los argumentos empleados.

Valoración: La puntuación de cada ejercicio, así como la de cada apartado, se indica en el encabezamiento de los mismos.

Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 (3 ptos.) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro m :

$$\begin{aligned} 3x - 2y - 4z &= 1 \\ x - y + z &= 0 \\ -x + 2y - mz &= 2. \end{aligned}$$

- a) **2 ptos.** Clasifique el sistema en compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible para los diferentes valores de $m \in \mathbb{R}$.
- b) **1 pto.** Resolver el sistema para $m = 7$.

Ejercicio 2 (3 ptos.) Sean las funciones $f(x) = x^2 + ax + b$, $g(x) = -x^2 + c$.

- a) **1 pto.** Determínese a , b y c , sabiendo que las gráficas de ambas funciones se cortan en los puntos $(-3, -2)$ y $(2, 0)$.
- b) **1 pto.** Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $g(x)$ en ambos puntos de corte.
- b) **1 pto.** Calcúlese el área de la región limitada por las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$.

Ejercicio 3 (2 ptos.) Se supone que la estancia de personas en una parada de metro sigue una distribución normal de media 5 minutos y desviación típica 2.

- a) **1 pto.** Calcular la probabilidad de que la media muestral obtenida con los valores de 16 individuos seleccionados aleatoriamente, esté entre 6 y 7 minutos.
- b) **1 pto.** Se seleccionan aleatoriamente 4 individuos, ¿cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea inferior a 4 minutos?

Ejercicio 4 (2 ptos.)

Asumiendo que la probabilidad de tener varón y hembra es la misma, calcule la probabilidad de que en una pareja que tiene 3 hijos, dos sean chicos y una sea chica. Si la primera en nacer es la niña, ¿cuál es la probabilidad de que los dos siguientes sean varones? ¿Cambiará la probabilidad de tener dos hijos y una hija, si nace uno de los varones primero?

OPCIÓN B

Ejercicio 1 (3 ptos.) En un depósito se almacena azúcar y arroz. Para poder atender la demanda, se han de tener almacenados un mínimo de 10 toneladas de azúcar y 20 de arroz. Nunca debe haber menos azúcar que arroz, siendo la capacidad máxima del depósito 200 toneladas. Por razones comerciales, deben mantenerse en inventario al menos 50 toneladas entre ambos productos. El gasto de almacenaje de una tonelada de arroz es de 20 céntimos y el de una azúcar es de 30 céntimos. Se desea saber cuántas toneladas de cada clase han de almacenarse para que el gasto de almacenaje sea mínimo.

Ejercicio 2 (3 ptos.) Sea

$$f(x) = 4x^3 - x$$

- a) **1 pto.** Hallar los puntos de intersección de la curva con los ejes coordenados, sus máximos y mínimos relativos y sus puntos de inflexión, si existen.
- b) **1 pto.** Halle los intervalos de crecimiento y de curvatura de f .
- c) **1 pto.** Calcule el área del recinto plano limitado por la curva y el eje OX .

Ejercicio 3 (2 ptos.) En un laboratorio se obtubieron seis determinaciones del PH de una solución, con los resultados siguientes:

7,91 7,94 7,90 7,93 7,89 7,91

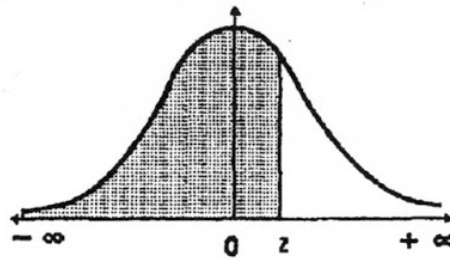
Se supone que la población de todas las determinaciones de PH de la solución tiene una distribución normal de media desconocida con una desviación típica igual a 0,02.

- a) **1 pto.** Determínese un intervalo de confianza al 98 % para la media de todas las determinaciones del PH de la misma solución obtenidas con el mismo método.
- b) **1 pto.** Con el mismo nivel de confianza del apartado anterior, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que la amplitud del intervalo de confianza sea a lo sumo 0,01?

Ejercicio 4 (2 ptos.) En una fábrica hay 8000 obreros (80 % hombres), 1500 administrativos (1000 mujeres y 500 hombres) y 500 personas que realizan labores de dirección (10 % mujeres). Si elegimos una persona al azar,

- a) **0.25 pto.** ¿Cuál es la probabilidad de que sea administrativo?
- b) **0.25 pto.** ¿Cuál es la probabilidad de que sea una mujer?
- c) **0.75 pto.** ¿Cuál es la probabilidad de que una mujer sea administrativo? ¿Son independientes los sucesos ser administrativo y ser mujer?
- d) **0.75 pto.** ¿Cuál es la probabilidad de que una mujer sea directiva? ¿Cuál es la probabilidad de que hombre sea directivo?

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL N(0;1)



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99909	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99959	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997
4.0	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z, con distribución N(0;1), esté por debajo del valor z.