



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
 PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS
 Curso 2009–2010

MATERIA: MATEMÁTICAS

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Instrucciones: El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones que se le ofrecen (A o B) y sólo a una. Debe dar respuestas concisas y justificar los argumentos empleados.

Valoración: La puntuación de cada ejercicio, así como la de cada apartado, se indica en el encabezamiento de los mismos.

Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 (2.5 pts.) Se considera el sistema

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ -x + y - z = -2 \\ 2x - y + \lambda z = 3 \end{cases}$$

- a) 1.25 pts. Discutir el sistema según los valores de λ .
 b) 1.25 pts. Resolverlo para $\lambda = 1$.

Ejercicio 2 (2.5 pts.)

- a) 1.25 pts. Hallar la recta r_1 que pasa por el punto $P(3, -2, 2)$ y es perpendicular al plano

$$\pi \equiv 3x - y + z = 2.$$

- b) 1.25 pts. Hallar la intersección de dicho plano y la recta $r_2 \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = z-1$.

Ejercicio 3 (2.5 pts.)

- a) 1.25 pts. Hallar el valor de a para que sea continua en $x = 0$ la función:

$$f(x) = \begin{cases} a - x^2 & \text{si } x < 0 \\ 2 \cos(3x) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}.$$

- b) 1.25 pts. Estudiar si es derivable f en el punto $x = 0$ para ese valor de a calculado.

Ejercicio 4 (2.5 pts.)

- a) 1.25 pts. Calcular la recta tangente a la curva $f(x) = e^{2x} + e^{-3x}$ en el punto de abscisa $x = 0$.

- b) 1.25 pts. Calcular la integral $\int \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 1} dx$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 (2.5 ptos.)

a) **1 pto.** Calcular el producto de matrices $A \cdot B^T$, donde B^T es la traspuesta de B , siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & \lambda & 1 \end{pmatrix}.$$

b) **0.5 ptos.** Hallar los valores de λ para que el producto $A \cdot B^T$ sea una matriz invertible.

c) **1 pto.** Calcular la inversa de $A \cdot B^T$ para $\lambda = 9$.

Ejercicio 2 (2.5 ptos.)

a) **1.25 ptos.** Hallar las ecuaciones paramétricas y la ecuación general del plano que contiene a la recta

$$r_1 \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = z,$$

y es paralelo a la recta $r_2 \equiv \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - t. \end{cases}$

b) **1.25 ptos.** Estudiar la intersección de las rectas.

Ejercicio 3 (2.5 ptos.)

a) **1.25 ptos.** Hallar el dominio y las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$.

b) **1.25 ptos.** Estudiar los extremos locales de dicha función (si existen).

Ejercicio 4 (2.5 ptos.) Calcular las integrales

a) **1.25 ptos.** $\int x \operatorname{sen} x dx.$

b) **1.25 ptos.** $\int_0^1 e^{2x} dx.$