	<b>UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID</b> PRUEBA DE ACCESO A LA AUNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS Convocatoria <b>2013</b>  <b>MATERIA: MATEMÁTICAS II</b>	<b>FASE ESPECÍFICA</b>
--	--	----------------------------

## INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

**INSTRUCCIONES:** Escoja entre una de las dos opciones A o B. Lea con atención y detenimiento los enunciados de las cuestiones y responda de manera razonada a los puntos concretos que se preguntan en la opción elegida.

**DURACIÓN DEL EJERCICIO:** Una hora y treinta minutos.

**CALIFICACIÓN:** La puntuación máxima de cada uno de los ejercicios es de 2,5 puntos.

### OPCIÓN A

**EJERCICIO 1.** Consideremos la matriz

$$M = \begin{pmatrix} 1+a & a-1 & 0 & 0 \\ 2-a & 2 & 1 & 1 \\ a+1 & 1-a & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Calcule, si existen, los valores del parámetro  $a$  que hacen que el Rango de  $M$  sea exactamente 2.
- b) Determine la matriz traspuesta de  $M$ .

**EJERCICIO 2.** Dada la función  $f(t) = 2te^{-t}$ .


- a) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f$ . ¿Cuál es el valor máximo de  $f$ ?
- b) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de la función  $f$ .

**EJERCICIO 3.** Calcule (en función del parámetro  $a > 0$ ) el valor de las siguientes integrales:

$$\text{a) } \int_0^a (1 + 3x + \cos(x)) \, dx. \qquad \text{b) } \int_0^a 3x \cdot e^{-2x} \, dx.$$

**EJERCICIO 4.** Dados los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  en el espacio euclídeo  $\mathbf{R}^3$ , denotemos por  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  a su producto escalar y por  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  a su producto vectorial.

- a) Demuestre que  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + (1, 1, 0)) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot (1, 1, 0)$  para todo par de vectores  $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{R}^3$ .
- b) Demuestre que dados los vectores  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  en  $\mathbf{R}^3$ , se cumple que
 
$$(\mathbf{a} + (1, 0, -1)) \times \mathbf{b} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + (1, 0, -1) \times \mathbf{b}.$$

	<p><b>UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID</b>                  PRUEBA DE ACCESO A LA AUNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25                  AÑOS                  Convocatoria <b>2013</b></p> <p><b>MATERIA: MATEMÁTICAS II</b></p>	<p><b>FASE                  ESPECÍFICA</b></p>
--	---	--

**OPCIÓN B**

**EJERCICIO 1.**

a) Determine las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones (en función del parámetro  $a \in \mathbf{R}$ ).

$$\begin{cases} 2ax - y + z = 0 \\ (1-a)y - z = -6. \\ ax - y = -3 \end{cases}$$

b) Interprete geoméricamente el conjunto determinado por la solución del sistema anterior correspondiente al valor  $a = 2$ .

**EJERCICIO 2.** Consideremos la función

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 2x - 3}.$$

a) Calcule las asíntotas horizontales y verticales de  $f$ , si existen.

b) Determine el valor de la siguiente integral en función del parámetro  $a > 5$ :

$$\int_5^a f(x) \frac{x-1}{x+1} dx.$$

**EJERCICIO 3.** Consideremos las siguientes rectas en  $\mathbf{R}^3$ :  $r_1 \equiv \{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \text{ tales que } x = y - 1, z = 3y \}$ ,  
 $r_2 \equiv \{ (1+t, 1-t, 1-t), \text{ donde } t \in \mathbf{R} \}$  y  $r_3 \equiv \{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \text{ tales que } x = 1 - y, z = 3 + x \}$ .

a) Calcule la distancia entre las rectas  $r_1$  y  $r_2$ .

b) Determine la distancia entre las rectas  $r_1$  y  $r_3$ .

**EJERCICIO 4.** Dados los vectores  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  en el espacio euclídeo  $\mathbf{R}^3$ , denotemos por  $\mathbf{a} \bullet \mathbf{b}$  a su producto escalar y por  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  a su producto vectorial.

a) Demuestre que  $(0, 1, 0) \bullet (\mathbf{a} + \mathbf{b}) = (0, 1, 0) \bullet \mathbf{a} + (0, 1, 0) \bullet \mathbf{b}$  para todo par de vectores  $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{R}^3$ .

b) Demuestre que dados los vectores  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  en  $\mathbf{R}^3$ , se cumple que

$$((1, 0, 1) + \mathbf{a}) \times \mathbf{b} = (1, 0, 1) \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{b}.$$