



Universidad
de Alcalá

UNIVERSIDAD DE ALCALÁ
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS
Abril 2015
MATERIA: MATEMÁTICAS

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

TIEMPO MÁXIMO: Una hora y media.

CALIFICACIÓN: Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y - mz = m \\ 2x + 3y + z = m \\ x + 2y + z = m \end{cases}$$

- a) Discutir el sistema según los distintos valores de m .
 b) Resolverlo para $m = 2$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & m & 2 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) Discutir el valor del rango de A según los distintos valores de m .
 b) Para $m = 1$, calcular $A^t \cdot A$.

Nota: A^t denota la traspuesta de la matriz A

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la función:

$$f(x) = \frac{3x}{x^2 - x}$$

- a) Determinar las asíntotas de $f(x)$.
 b) Representar gráficamente la función $f(x)$.
 c) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de $f(x)$, la recta $x = 3$, el eje de abscisas y la recta $x = 4$.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la función:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 2x + 2}{x^2 + 1}$$

- a) Determinar los extremos relativos de la función $f(x)$.
 b) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en su dominio de definición.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dado el punto $A(3, -2, 0)$ y la recta $r \equiv x = y = z$.

- a) Determinar la ecuación del plano π que pasa por el punto A y contiene a la recta r .
 b) Calcular la distancia del punto $C(2, 4, 2)$ al plano π .

OPCIÓN B**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x + my + z = 13 \\ -y + 2z = -7 \end{cases}$$

- a) Discutirlo para los distintos valores de m .
b) Resolverlo para $m = 5$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- a) Comprobar que se verifica $A^3 = I$, donde I es la matriz identidad.
b) Calcular A^{14} .
c) Teniendo en cuenta los apartados anteriores y sin recurrir al cálculo de inversas, hallar la matriz X que verifica la igualdad $A^2 X + I = A$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dada la función

$$f(x) = \frac{x}{9 - x^2}$$

- a) Determinar las asíntotas de $f(x)$.
b) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en su dominio de definición.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = 16x e^{-x^2}$$

- a) Determinar su función derivada.
b) Calcular el valor de la integral definida

$$\int_0^1 f(x) dx$$

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dado el punto $P(1, 2, 3)$ y el plano $\pi \equiv x - 3y - 2z + 4 = 0$.

- a) Hallar el punto P' , simétrico de P respecto del plano π .
b) Calcular el volumen del tetraedro formado por el origen de coordenadas y los tres puntos en los que el plano π corta a los ejes coordenados.